

## 代数II 小テスト 2017-11-01

| 学年 | 学籍番号 | 氏名 |
|----|------|----|
|    |      |    |

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．ただし， $L/K$  は体の拡大で， $\alpha, \beta \in L$  である．

- ( )  $[L : K]$  が素数ならば， $K(\alpha) = L$  をみたす  $\alpha \in L$  が存在する．
- ( )  $\alpha$  が  $K$  上代数的で， $\beta$  が  $K(\alpha)$  上代数的ならば， $\beta$  は  $K$  上代数的である．
- ( )  $\alpha$  が  $K$  上超越的で， $\beta$  が  $K(\alpha)$  上代数的ならば， $\beta$  は  $K$  上代数的である．
- ( )  $\alpha$  が  $K(\beta)$  上超越的ならば， $\beta$  は  $K(\alpha)$  上超越的である．
- ( )  $\alpha$  が  $K$  上超越的で，かつ  $K(\beta)$  上代数的ならば， $\beta$  は  $K(\alpha)$  上代数的である．
- ( )  $\alpha, \beta$  がどちらも  $K$  上超越的ならば， $K(\alpha, \beta)/K(\alpha)$  は超越拡大である．
- ( ) 自然数  $n$  に対して， $W_n = \{z \in \mathbb{C} \mid z^n = 1\}$  とおくと， $\mathbb{Q}(W_n)$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( )  $W = \bigcup_{n=1}^{\infty} W_n = \{z \in \mathbb{C} \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ s.t. } z^n = 1\}$  とおくと， $\mathbb{Q}(W)$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( )  $S = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  とおくと， $\mathbb{Q}(S)$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( )  $z \in \mathbb{C}$  が  $\mathbb{Q}$  上代数的ならば， $|z|$  も  $\mathbb{Q}$  上代数的である．