

代数II 小テスト 2017-12-20

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて、正しいものには ○ を、正しくないものには × をカッコ内に記せ.

- () 体 K 上の任意の有限次分離拡大体 L に対して、 $L = K(\alpha)$ をみたす $\alpha \in L$ が存在する.
- () 標数 0 の体 K 上の任意の有限次拡大体 L に対して、 $L = K(\alpha)$ をみたす $\alpha \in L$ が存在する.
- () 体の 2 次拡大はつねに正規拡大である.
- () $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{-2})$ は \mathbb{Q} 上の正規拡大体である.
- () $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})/\mathbb{Q}$ は正規拡大である.
- () $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt{-3})$ は \mathbb{Q} 上の正規拡大体である.
- () ζ を 1 の原始 5 乗根とし $K = \mathbb{Q}(\zeta)$ とすると、 $\alpha^5 \in K$ をみたす任意の $\alpha \in \bar{K}$ について、 $K(\alpha)/K$ は正規拡大である.
- () 体の拡大 L/K が正規拡大ならば、任意の中間体 M について、 L/M , M/K はともに正規拡大である.
- () M を体の拡大 L/K の中間体とするとき、 L/M , M/K がともに正規拡大ならば L/K も正規拡大である.
- () 体 K 上代数的な元 α について、 $K(\alpha)/K$ が正規拡大であるためには、任意の $\beta \in \text{Conj}(\alpha, K)$ について $K(\alpha) = K(\beta)$ であることが必要十分である.