

代数入門 中間試験問題 Nov. 14, 2013 (中野 伸)

- [1] 以下の命題を証明せよ .
- (1) 相異なる素数 p, q に対して , $3p + 2q$ と $8p + 5q$ は互いに素である .
 - (2) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数である .
 - (3) 自然数 a, b, c が $a^3 + b^3 \equiv c^3 \pmod{7}$ をみたすならば , $abc \equiv 0 \pmod{7}$ である .
 - (4) 任意の自然数 n に対して , $4^n - 1 \equiv 3n \pmod{9}$ が成り立つ .
- [2] 20139 と 19043 の最大公約数を d とするとき , $20139x + 19043y = d$ をみたす整数の組 (x, y) を 1 つ求めよ .
- [3] 155 の法 673 に関する逆元を求めよ .
- [4] $m = 3^9 \cdot 7^{10}$ とする . 法 m に関する零因子 a で , $0 \leq a \leq 20$ をみたすものをすべて求めよ .