

代数入門 中間試験問題 Nov. 20, 2014 (中野 伸)

- [1] 67591 と 78899 の最大公約数を  $d$  を求めよ . また ,  $67591x + 78899y = d$  をみたす整数の組  $(x, y)$  を 1 つ求めよ .
- [2]  $y^2 = x^2 + 1$  をみたす自然数は存在しないことを証明せよ .
- [3] 合同式  $3x \equiv -1 \pmod{35}$ ,  $x \equiv 7 \pmod{36}$  を同時にみたす最小の自然数  $x$  を求めよ .
- [4]  $a^2 + b^2$  が 3 の倍数であるような整数  $a, b$  は , どちらも 3 の倍数であることを示せ .
- [5] あなたの今日の満年齢を  $n$  とする .  $(n! + 1)^n - 55^{987}$  を 17 で割った余りを求めよ .
- [6]  $p > 3$  であって ,  $p, p + 2$  のどちらも素数ならば ,  $p \equiv 5 \pmod{6}$  であることを証明せよ .
- [7]  $m = 645$  とする .  $a = 2014, 1120$  の各整数について , 以下のような整数  $x$  (ただし  $0 < x < m$ ) を求めよ .
- $a$  が法  $m$  に関する零因子ならば ,  $ax \equiv 0, x \not\equiv 0 \pmod{m}$  である整数  $x$ .
  - $a$  が法  $m$  に関する零因子でないならば , 法  $m$  に関する  $a$  の逆元  $x$ .