

代数入門 中間試験問題 Nov. 13, 2015 (中野 伸)

- [1]  $a = 16781$ ,  $b = 12629$  の最大公約数を  $d$  とする .
- (1) ユークリッドの互除法を用いて  $d$  を求めよ .
  - (2)  $ax + by = d$  をみたす整数の組  $(x, y)$  を 1 組求めよ .
- [2]  $123454321^{9876}$  を 7 で割った余りを求めよ .
- [3]  $(n^2 - 1) \mid 105$  をみたす自然数  $n$  をすべて求めよ .
- [4] 以下の問いに答えよ .
- (1) 合同式  $7x \equiv -4 \pmod{27}$  をみたす最小の自然数  $x$  を求めよ .
  - (2) 2 つの合同式  $7x \equiv -4 \pmod{27}$ ,  $x \equiv 13 \pmod{37}$  を同時にみたす 1000 未満の自然数  $x$  を求めよ .
- [5]  $m = 2015$  とする .
- (1)  $10 \leq a \leq 29$  をみたす自然数  $a$  のうち , 法  $m$  に関する零因子をすべて求めよ .
  - (2)  $b \geq 30$  をみたす自然数  $b$  のうち , 法  $m$  に関して可逆である最小のもの , およびその逆元を求めよ .
- [6] 整数  $r, s$  に対して  $x = 2r + 5s$ ,  $y = 3r + 7s$  とおく .
- (1)  $x, y$  が互いに素ならば ,  $r, s$  も互いに素であることを示せ .
  - (2)  $r, s$  が互いに素ならば ,  $x, y$  も互いに素であることを示せ .