

代数入門 中間試験問題 June. 7, 2017 (中野 伸)

注意: 数値等を求める問題について【答えのみ】と書いてあるもの以外は, 答えに至る考え方も書くこと.

- [1] $4^{56} \mid 72^n$ をみたす最小の自然数 n を求めよ【答えのみ】.
- [2] $p = 2017$ とおき, 整数 a, b は $a \equiv 6 \pmod{p}$, $b \equiv 7 \pmod{p}$ をみたすとする. 以下の問において, p が素数であることを証明なしに用いてよい.
- (1) $ab + 3x \equiv 15 \pmod{p}$ をみたす最小の自然数 x を求めよ【答えのみ】.
- (2) $a^p - b^p \equiv 4y \pmod{p}$ をみたす最小の自然数 y を求めよ【答えのみ】.
- [3] 以下の不等式および連立合同式を同時にみたす整数の組 x, y を求めよ.
- $$-13 < x \leq 0 \leq y < 13, \quad \begin{cases} 55x + 88y \equiv 10 & (\text{mod } 13) \\ 22x + 33y \equiv 12 & (\text{mod } 13) \end{cases}$$
- [4] 以下の命題を証明せよ.
- (1) $m^2 = 5^n + 16$ をみたす自然数の組 m, n は存在しない.
- (2) すべての整数 x に対して, $\gcd(x^2 + 6, x + 3)$ は 15 の約数となる.
- [5] ある畑で約 3000 粒^{つぶ}のブルーベリーが収穫できた. これを 36 粒入りのパック詰めにして分けたところ 5 粒余った. 一方, 49 粒入りのパック詰めにしたら 17 粒余った. ブルーベリーは正確には何粒あったか答えよ.

